UDK(517.95)

QATLAMLI G‘OVAK-ELASTIK MUHIT UCHUN A_μ^1 VA A_μ^2 TESKARI DINAMIK MASALASI YECHISH ALGORITMI

Xo‘jayev Lochin Husanovich
f-m.f.f.d.(PhD),
Qarshi davlat texnika universiteti,
lochin-x@mail.ru 0009-0003-8598-2700
Marqayeva Dilafruz Aliqulovna
Axborot texnologiyalari va
menejment universiteti magistrant

Annotatsiya. *Mazkur ishda qatlamli g‘ovak-elastik muhit uchun teskari dinamik masala o‘rganiladi. Tadqiqotda muhitning fizik xossalarini tavsiflovchi matematik model tahlil qilinib, noma’lum parametrlarni kuzatuv ma’lumotlari asosida aniqlash masalasi ko‘rib chiqiladi. Masalaning yechimi mavjudligi, yagonaligi va berilgan ma’lumotlarga bog‘liqligi tahlil qilinadi hamda turg‘unlik shartlari aniqlanadi.*

Kalit so‘zlar. *qatlamli muhit, g‘ovak-elastik muhit, teskari dinamik masala, giperbolik tenglamalar, matematik model, turg‘unlik, yagonalik, seysmologiya, geofizika.*

Bir jinsli yarim fazoda izotrop qatlamli g‘ovak-elastik muhitda to‘lqin tarqalishini ifodalaydigan masalani o‘rganamiz. Tekis parallel qatlamni qaraymiz. Qatlamli muhit uchun dissipativ yaqinlashishdagi g‘ovak elastik muhitning bir o‘lchovli teskari dinamik masalalarini qaraymiz.

Masalaning qo‘yilishi.

x o‘zgaruvchi bo‘yicha bir jinsli bo‘lmagan yarim fazoda tebranishlarning tarqalish jarayonini ifodalovchi quyidagi

$$\rho_s(x)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu(x)\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\rho_l(x)b(x)\left(\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial v}{\partial t}\right),\ \ x\ge 0, t\ge 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}=b(x)(u-v),\ \ x\ge 0,\quad t\ge 0 \qquad (2)$$

tenglamalar sistemasi quyidagi nol boshlang‘ich shartlarni

$$u\big|_{t=0}=0,\quad u_t\big|_{t=0}=0,\quad v\big|_{t=0}=0,\quad x\ge 0 \qquad (3)$$

va chegaraviy shartlarni

$$u_x\big|_{x=0}=H(t), \qquad (4)$$

qanoatlantiruvchi masalani qaraymiz.

(1)-(4) masalaning klassik yechimi muhim, ya'ni $u \in C^2(x \geq 0, t \geq 0)$, $v \in C^1(x \geq 0, t \geq 0)$. Yana u, u_t va v, v_t funksiyalar $L_2(t \geq 0)$ ga tegishli deb faraz qilamiz. u va v funksiyalarni $t < 0$ uchun nol bilan davom ettiramiz. $H(t) \in C^2(t \geq 0) \cap L_2(t \geq 0)$ berilgan funksiyada $H(0) = 0$ $H'(0) = 0$ muvofiqlashtirish shartlari bajarilsin deb faraz qilamiz.

(1) va (2) formulalarda $\mu(x)$ funksiya bo'lakli-o'zgarmas va $a_1 < a_2 < ... < a_k,$ nuqtalarda uzilishga ega bo'lib, $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$, $b(x)$ funksiyalarni $a_0 = 0$ da quyidagi tengliklar orqali yozishimiz mumkin:

$$\mu(x) = \begin{cases} \mu_m \text{ uchun } & x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1, ..., k \\ \mu_{k+1} \text{uchun } & x > a_k \end{cases} \tag{5}$$

$$\rho_l(x) = \begin{cases} \rho_{lm} \text{ uchun } & x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1, ..., k \\ \rho_{lk+1} \text{ uchun } & x > a_k \end{cases} \tag{6}$$

$$\rho_s(x) = \begin{cases} \rho_{sm} \text{ uchun } & x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1, ..., k \\ \rho_{sk+1} \text{ uchun } & x > a_k \end{cases} \tag{7}$$

$$b(x) = \begin{cases} b_m \text{ uchun } & x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1, ..., k \\ b_{k+1} \text{uchun } & x > a_k \end{cases} \tag{8}$$

$b_m, \mu_m, \rho_{lm}, \rho_{sm} = const.$

$\mu(x)$ koeffitsiyentning a_m uzilish nuqtalarida (3), (4) shartlarga qo'shimcha qatlamdan-qatlamga o'tish shartlarini kiritamiz.

$$[u]_{x=a_m} = \left[\mu(x) u_x\right]_{x=a_m} = 0, \; m = 1, ..., k \tag{9}$$

(5) - (8) ko'rinishdagi $b(x)$, $\mu(x)$, $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$ funksiyalar uchun (1) - (4), (9) tengliklarni qanoatlantiruvchi $u(x,t)$ va $v(x,t)$ funksiyalarni aniqlash masalasi *to'g'ri masala* deyiladi.

Ushbu paragrafda asosan quyidagi teskari masalalar o'rganiladi:

A_μ^1 **teskari masalasi.**

(1) tenglamadan, ya'ni $2k+1$ ta $\{\mu_1, ..., \mu_{k+1};\, a_1, ..., a_k\}$ sonli to'plamdan, (1) - (4), (9) masalaning yechimi bo'yicha quyidagi

$$\Phi(\omega) = -\int_{-\infty}^{\infty} u_t(0,t) e^{-i\omega t}\, dt, \qquad \omega \in \Omega, \tag{10}$$

ma'lum bo'lsa, $\mu(x)$ koeffitsiyentni topish masalasini qaraymiz. Bu yerda $\Omega -$ nol bilan ajratilgan chekli interval va $b(x)$, $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$ berilgan funksiyalar. Soddalik uchun $b(x)$, $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$ funksiyalarni berilgan o'zgarmas deb faraz qilamiz.

$$\tau = \frac{a_1 - a_0}{c_1} = \frac{a_2 - a_1}{c_2} = \ldots = \frac{a_k - a_{k-1}}{c_k} \tag{11}$$

deb faraz qilamiz va τ qiymati berilgan, $c_k = \sqrt{\mu_k / \rho_{sk}}$. Yuqorida qayd etilganidek, ba'zi hollarda (11) faraz Gupilla gipotezasiga ekvivalent bo'ladi. $|\Omega| > \pi / \tau$ bo'lsin. Bunda $|\Omega|$- nol bilan ajratilgan chekli interval o'lchovi.

A_μ^2 **teskari masalasi.**

Agar (1) - (4) masalani yechishda (6) ma'lum bo'lsa, (1-2) tenglamaning (5) - (8) ko'rinishdagi $\mu(x)$ koeffitsiyentini aniqlang.

1-ta'rif. *(11) gipoteza doirasidagi (10) qo'shimcha ma'lumotlarga ko'ra (5) ko'rinishdagi $\mu(x)$ funksiyani aniqlashga oid A_μ^2 teskari masala k-qatlamli deb ataladi.*

2-teorema. *(11) tengliklar bajarilgan bo'lsin. $g_0^{(k)} + g_1^{(k)} z + \ldots + g_k^{(k)} z^k$ ko'phad $|z| \le 1$ doirada ildizlarga ega bo'lmasin va $H(t)$ funksiyaning $h(\omega)$ Furye tasviri $\omega \in [\omega_0, \omega_0 + \pi / \tau] \subset \Omega$ uchun nolga aylanmasin. U holda masalaning yechimi bo'yicha $F_k(z)$ funksiya uchun quyidagi formulalar o'rinli:*

$$F_k^{(m)}(0) = m! \left[2\gamma_m \prod_{p=1}^{m-1} (1 - \gamma_p^2) - \sum_{p=1}^{m-1} \frac{h_p^m}{(m-p)!} F_k^{(m-p)}(0) \right] \tag{12}$$

A_μ^1 **teskari masala (** A_μ^2 **teskari masala) ni yechish algoritmi**

Yuqoridagi barcha keltirilgan farazlarga ko'ra teskari masalaning $(\mu_1, \ldots, \mu_{k+1})$ yechimini quyidagi algoritm yordamida topish mumkin:

1. (26) dagi $\varphi_0, \ldots, \varphi_k$ $k+1$ta integrallarni hisoblang.

2. (30), (2.3.1) lardan ketma-ket $\gamma_1, \ldots, \gamma_k$ sonlarni aniqlang.

$$\gamma_1 = \varphi_1 / 2\varphi_0, \tag{13}$$

(13) ga muvofiq

$$\gamma_m = \frac{1}{2\varphi_0} \frac{\varphi_m + \sum_{p=1}^{1} h_p^m \varphi_{m-p}}{\prod_{p=1}^{m-1} (1 - \gamma_p^2)}. \tag{14}$$

Bu yerda h_p^m koeffitsiyentlari (32) rekurrent formulalar bilan hisoblanadi.

3. Teskari masala yechimini toping: (30), (33) larga ko'ra

$$\mu_1 = \pi / \tau\varphi_0, \tag{15}$$

(13) ga muvofiq

$$\mu_{m+1} = \frac{1-\gamma_m}{1+\gamma_m}\mu_m \qquad (16)$$

bo'ladi.

Demak, yuqoridagi faraz qilingan (12) formulalarga ko'ra (2) - (5) formulalar A_μ^2 teskari masala yechimini beradi. Bu formulalarning sonli bajarilishi faqat integrallarni va (2)-(5), (12) algebraik almashtirishlarni hisoblash talab etiladi.

momentlarni noldan ajratilgan ω o'zgarish oralig'ida hisoblash mumkinligi muhimdir.

Algoritm $\mu_m = \mu_{m+1}$ aniq qatlamlarning mavjudlik imkonini beradi, bu esa uni qo'llash imkoniyatini kengaytiradi.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1968. 496 с.
2. Денисов. Введение в теорию обратных задач. Москва. Наука.1999 г.
3. Романов. Обратные задачи математической физики. 1984 г. Москва. Наука. 321 с.
4. Янгибоев З.Ш. Одномерные обратные динамические задачи для уравнения SH волн в пористых средах с неизвестным источником. Дис-я. 2019 г. 113 с.
5. Imomnazarov Kh.Kh., Khujaev L.Kh., Yangiboev Z.Sh. The inverse problem for a system of poroelasticity equations: the case with an unknown Darcy time-dependent coefficient. // European Journal of Research 5(7), 2020, pp. 3-17. (3. Journal SJIF:6.22).
6. Янгибоев З.Ш. Об устойчивости одной обратной динамической задачи для уравнения SH волн в пористом полупространстве. //УзМУ хабарлари» 2012 г. №4. сс. 11-16.