FURYE QATORLARI VA ULARNING SIGNALNI QAYTA ISHLASHDAGI ROLI

Toshkent davlat transport universiteti Oliy matematika kafedrasi assistenti
Nozimbek Shomurodov Anvar o'g'li
Email: nozimshoh007@gmail.com
https://orcid.org/0009-0005-2748-4484

Annotatsiya *Maqolada Furye qatorlarining matematik asoslari, ularning signalni qayta ishlashdagi ahamiyati va zamonaviy texnologiyalarda qo'llanilishi ko'rib chiqilgan. Furye qatorlari orqali signalni turli chastotali komponentlarga ajratish, filtrlash, siqish va shovqinni bartaraf etish kabi amaliy misollar bilan tushuntirilgan. Toshkent hududidagi seysmik signalni tahlil qilish misolida Furye qatorlarining geofizikadagi roli namoyish etilgan. Maqola muhandislik, telekommunikatsiya va ilmiy tadqiqotlar sohasida foydali bo'ladigan ushbu metodlarni tushunishga yordam beradi.*

Аннотация: *В статье рассматриваются математические основы рядов Фурье и их ключевая роль в обработке сигналов. Подробно анализируются методы разложения сигналов на частотные компоненты, фильтрации, сжатия данных и устранения шумов с использованием рядов Фурье. На примере анализа сейсмических сигналов в Ташкентском регионе продемонстрировано практическое применение этих методов в геофизике. Особое внимание уделено современным технологиям, таким как телекоммуникации и медицинская визуализация, где ряды Фурье играют важную роль. Статья предназначена для специалистов в области инженерии, анализа данных и научных исследований, а также для студентов, изучающих прикладную математику и обработку сигналов.*

Annotation: *The article explores the mathematical foundations of Fourier series, their significance in signal processing, and their applications in modern technologies. Practical examples such as signal decomposition into frequency components, filtering, compression, and noise reduction are explained using Fourier series. The role of Fourier series in geophysics is demonstrated through the analysis of seismic signals in the Tashkent region. The article aids in understanding these methods, which are valuable in engineering, telecommunications, and scientific research.*

Kalit so'zlar:: *Furye qatorlari, signalni qayta ishlash, seysmik tahlil.*
Ключевые слова:*Ряды Фурье ,Обработка сигналов ,Сейсмический анализ*

Keywords: *Fourier series, signal processing, seismic analysis.*

Kirish

Furye qatorlari frantsuz matematigi va fizigi Jean-Baptiste Joseph Furye (1768–1830) nomi bilan atalgan. Ushbu qatorlar periodik funksiyalarni oddiy trigonometrik funksiyalar (sinus va kosinus) yordamida ifodalash imkonini beradi. Furye qatorlari zamonaviy texnologiyada, ayniqsa signalni qayta ishlash, telekommunikatsiya, audio va video qayta ishlash, tibbiy tasvirlash va boshqa sohalarda keng qo‘llaniladi.

1. Furye qatorlarining matematik asoslari

Furye qatorlari periodik funksiyalarni sinus va kosinus funksiyalari yig‘indisi sifatida ifodalashga asoslangan. (Periodik funksiya — bu ma’lum bir davr (period) bilan takrorlanuvchi funksiya.) Agar $f(t)$ funksiya T davrga ega bo‘lsa (ya’ni $f(t+T) = f(t)$, u u holda Furye qatori quyidagicha ifodalanadi:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(\frac{2\pi nt}{T}) + b_n \sin(\frac{2\pi nt}{T})$$

Bu yerda:

- a_0 — o‘rtacha qiymat (doimiy komponent), $a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt$
- a_n va b_n — Furye koeffitsientlari, ular quyidagi formulalar orqali hisoblanadi:

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)dt,\ b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)dt.$$

Furye qatorlari orqali har qanday periodik funksiya turli chastotali sinus va kosinus to‘lqinlarining yig‘indisi sifatida ifodalanadi. Bu esa signalni turli chastotalarga ajratish imkonini beradi.

2. Furye Qatorlarining Yaqinlashuvi

Furye qatorlari $f(t)$ funksiyasiga yaqinlashadi, agar $f(t)$ funksiya bo‘lakli-uzluksiz (piecewise continuous) va bo‘lakli-monoton (piecewise monotonic) bo‘lsa. Bu shuni anglatadiki, funksiya chekli sonli uzilishlarga ega bo‘lishi mumkin, lekin har bir uzluksiz qismida monoton bo‘lishi kerak.

3. Furye Qatorlarining Signalni Qayta Ishlashdagi Rolı

Furye qatorlari signalni turli chastotali komponentlarga ajratish imkonini beradi. Bu esa quyidagi amallarni bajarish uchun asos bo‘lib xizmat qiladi:

a) Signalni Filtrlash

Signalni ma’lum chastotali komponentlarga ajratish orqali keraksiz shovqinlarni filtrlash mumkin. Masalan, past chastotali komponentlarni (bass) saqlab, yuqori chastotali shovqinlarni olib tashlash.

b) Signalni Siqish

Furye qatorlari yordamida signalni siqish mumkin. Buning uchun kam ahamiyatli chastotali komponentlarni olib tashlash orqali signal hajmini kamaytirish mumkin. Masalan, MP3 formatida audio signalni siqishda yuqori chastotali komponentlarni olib tashlash orqali fayl hajmini kamaytiriladi.

c) Shovqinni Bartaraf Etish

Shovqinli chastotalarni ajratib, ularni filtrlash orqali signalni tozalash mumkin. Misol uchun, tibbiy tasvirlarda (MRI yoki rentgen) shovqinli chastotalarni olib tashlash orqali tasvir sifatini yaxshilash.

4. Matematik Misol: To‘lqinli Funksiya (Square Wave)

Keling, $T = 2\pi$ davrga ega bo‘lgan to‘lqinli funksiyani Furye qatori orqali ifodalaymiz. Funksiya quyidagicha aniqlangan:

$$f(t) = \begin{cases} 1, agar\ 0 \le t < \pi \\ -1, agar\ \pi \le t < 2\pi \end{cases}.$$

a) a_0 ni Hisoblash

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt = \frac{1}{2\pi}\left(\int_0^{\pi} 1\ dt + \int_{\pi}^{2\pi} (-1)dt\right) = 0.$$

b) a_n ni Hisoblash

$$\boldsymbol{a_n} = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)dt = \frac{1}{\pi}\left(\int_0^{\pi} \cos(nt)\,dt - \int_{\pi}^{2\pi} \cos(nt)\ dt\right) = 0$$

$cos\ (nt)$ funksiyasi juft funksiya bo‘lgani uchun integrallar 0 ga teng $a_n = 0$

c) b_n ni Hisoblash

$$\boldsymbol{b_n} = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)dt = \frac{1}{\pi}\left(\int_0^{\pi} \sin(nt)\,dt - \int_{\pi}^{2\pi} \sin(nt)\ dt\right)$$

Integrallarni hisoblab, quyidagi natijani olamiz:

$$b_n = \frac{2}{n\pi}(1 - (-1)^n).$$

Bu yerda n toq bo‘lsa, $b_n = \frac{4}{n\pi}$ juft bo‘lsa, $b_n = 0$

d) Furye Qatori

Natijada, to‘lqinli funksiya Furye qatori orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$f(t) = \frac{4}{\pi}\sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty} \frac{1}{n} sin\ (\frac{2\pi nt}{T}).$$

5. Zamonaviy Texnologiyalarda Qo‘llanilishi

1. **Audio va Video Siqish**: MP3 va MP4 formatlarida signalni siqish uchun Furye transformatsiyasi qo‘llaniladi.
2. **Telekommunikatsiya**: Signalni uzatish va qabul qilish jarayonida Furye transformatsiyasi yordamida modulyatsiya va demodulyatsiya qilish.
3. **Tibbiy Tasvirlash**: MRI va CT skanerlarda tasvirlarni tahlil qilish va shovqinni bartaraf etish.
4. **Seysmik Tahlil**: Yer qobig‘idagi to‘lqinlarni tahlil qilish orqali foydali ma’lumotlarni ajratib olish.

Xulosa

Furye qatorlari periodik funksiyalarni sinus va kosinus funksiyalari yig‘indisi sifatida ifodalash imkonini beradi. Ular signalni qayta ishlash, filtrlash, siqish va tahlil qilishda muhim rol o‘ynaydi. Zamonaviy texnologiyalarda Furye qatorlari telekommunikatsiya, audio va video qayta ishlash, tibbiy tasvirlash va boshqa sohalarda keng qo‘llaniladi. Furye qatorlari va Furye transformatsiyasi signalni tushunish va uni samarali qayta ishlash uchun asosiy vosita hisoblanadi.

Seysmik Tahlil: Toshkent Hududi Misolida

Seysmik tahlil yer qobig‘idagi to‘lqinlarni o‘rganish orqali yer qatlamlari tuzilishi, zilzila manbalari va ularning xususiyatlarini aniqlashga qaratilgan. Ushbu maqolada Toshkent shahri va uning atrofidagi hududlar misolida seysmik tahlilning matematik asoslari va amaliy qo‘llanilishi ko‘rib chiqiladi.

1. Seysmik Tahlilning Matematik Asoslari:

Seysmik to‘lqinlar yer qobig‘ida tarqaladigan mexanik to‘lqinlardir. Ular asosan ikki turga bo‘linadi:

1. **P-to‘lqinlar (Primer to‘lqinlar)**: Yer qobig‘ida zichlik o‘zgarishi natijasida tarqaladigan uzunlama to‘lqinlar.
2. **S-to‘lqinlar (Sekunder to‘lqinlar)**: Yer qobig‘ida qiyalik o‘zgarishi natijasida tarqaladigan ko‘ndalang to‘lqinlar.

Seysmik to‘lqinlarning tezligi v quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$v = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}},$$

bu yerda:

- K — modul (bulk modulus),(**bir xil (izotrop) siqilishga qarshiligini** ifodalovchi elastik moduldir. Boshqacha qilib aytganda, bu moddaga qo‘llanilgan bosim (P) va moddaning hajm o‘zgarishi (ΔV/V) orasidagi proporsionallik koeffitsienti. Bulk Modulus katta bo‘lsa, modda siqilishga chidamliroq hisoblanadi.
- μ — qattiqlik moduli (shear modulus), materialning qiyalik deformatsiyasiga qarshiligini ifodalovchi asosiy parametr.

- ρ — zichlik.

Seysmik to‘lqinlarni qayd qilish uchun seysmograflar ishlatiladi. Qayd qilingan ma’lumotlar Furye transformatsiyasi yordamida tahlil qilinadi.

2. Toshkent Hududi uchun Seysmik Parametrlar

Toshkent shahri va uning atrofidagi hududlar seysmik jihatdan faol mintaqada joylashgan. Quyidagi parametrlar Toshkent hududi uchun seysmik tahlilni amalga oshirishda asosiy hisoblanadi:

1. **Zilzila manbalari**: Toshkent atrofida joylashgan faol seysmik zona (masalan, Toshkent-Chinaz seysmik zona).
2. **Yer qatlamlari tuzilishi**: Toshkent hududida yer qatlamlari tuzilishi va ularning seysmik xususiyatlari.
3. **Seysmik to‘lqinlarning tezligi**: P-to‘lqinlar va S-to‘lqinlarning yer qobig‘ida tarqalish tezligi.
4. **Zilzila magnitudasi**: Tarixiy ma’lumotlar asosida Toshkent hududida sodir bo‘lgan zilzilalar magnitudasi.

3. Masala: Toshkent Hududida Seysmik To‘lqinlarning Tarqalish Tezligini Hisoblash

Masala sharti:

Toshkent hududida joylashgan yer qatlami uchun quyidagi parametrlar berilgan:

- $K = 50\,GPa$ (granit yer qatlami misol qilib olindi)
-
- $\rho = 2700\,kg/m^3$

P-to‘lqinlar va S-to‘lqinlarning tarqalish tezligini hisoblang.

Yechim: **a) P-to‘lqinlarning Tezligi**

P-to‘lqinlarning tezligi quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$v_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}$$

qiymatlarni qo‘yamiz:

$$v_p = \sqrt{\frac{50 \cdot 10^9 + \frac{4}{3}30 \cdot 10^9}{2700}}$$

Hisoblab chiqamiz:

$$v_p = \sqrt{\frac{50 \cdot 10^9 + 40 \cdot 10^9}{2700}} = \sqrt{33{,}33 \cdot 10^6} \approx 5773\,m/s$$

Toshkent Hududi Misolida**:** Toshkent atrofidagi seysmik faol zonada yer qatlamlarining K qiymati zilzila to‘lqinlarining tarqalish tezligini va zilzila xavfini aniqlash uchun muhimdir.

b) S-to‘lqinlarning Tezligi

S-to‘lqinlarning tezligi quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$v_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}.$$

Qiymatlarni qo‘yamiz:

$$v_S = \sqrt{\frac{30 \cdot 10^9}{2700}} = \sqrt{11{,}11 \cdot 10^6} \approx 3333\ m/s$$

Toshkent Hududi Misolida: Toshkent atrofidagi seysmik faol zonada Shear Moduluning aniq qiymati zilzila to‘lqinlarini tahlil qilish va infratuzilmani mustahkamlash uchun muhimdir.

Natija: P-to‘lqinlarning tezligi: $v_p \approx 5773\ m/s$

S-to‘lqinlarning tezligi: $v_S \approx 3333\ m/s$

Seysmik Parametrlar va Zilzila Magnitudasini Bashorat Qilish

Yuqorida hisoblangan ***P*-to‘lqin** ($v_p \approx 5773\ m/s$) va **S-to‘lqin** ($v_S \approx 3333\ m/s$) tezliklari, shuningdek, Bulk Modulus (K) va Shear Modulus (μ) zilzila magnitudasini *to‘g‘ridan-to‘g‘ri* hisoblab bermaydi. Biroq, ular zilzila manbalarining energiyasi, yer qobig‘ining deformatsiyasi va potentsial xavfni baholashda **asosiy rol** o‘ynaydi. Quyidagi tahlil orqali bu parametrlar zilzila bashorati bilan qanday bog‘langanligini ko‘ramiz.

1. Seysmik Parametrlar va Magnituda Bog‘liqligi

Zilzila magnitudasi (masalan, Richter shkalasi bo‘yicha) asosan **yer qobig‘idagi uzilish hajmi** (fault rupture area) va **siljish miqdori** (slip displacement) bilan aniqlanadi. Seysmik modullar (K, μ) esa yer qatlamlarining **qattiqligi** va **energiya saqlash qobiliyatini** ko‘rsatadi.

- **Yuqori K va μ ➔** Yer qobig‘i qattiqroq va ko‘proq elastik energiya to‘playdi.
- **Past K va μ ➔** Yer qobig‘i yumshoqroq, energiya tezroq tarqaladi.

Toshkent hududida $K = 50\ GPa$ va $\mu = 30\ GPa$ kabi yuqori qiymatlar shuni ko‘rsatadiki, bu yerda qattiq jinslar (masalan, granit) mavjud. Bu qatlamlar uzilish sodir bo‘lganda katta magnitudali zilzilalar energiyasini chiqarishi mumkin.

2. Zilzila Magnitudasini Baholash Modeli

Zilzila magnitudasini taxmin qilish uchun quyidagi formula ishlatiladi:

$$M = \frac{2}{3} lg\ (\frac{E}{E_0}),$$

bu yerda:

- E — zilzila natijasida chiqarilgan energiya (Joul),
- $E_0 = 10^{4.8}$ J — asosiy energiya (Richter shkalasi bo‘yicha).

Energiya (E) esa **yer qobig‘idagi kuchlanish** (stress) va **siljish hajmi** (slip volume) bilan bog‘liq:

$$E = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot A \cdot D,$$

bu yerda:

- σ — kuchlanish (MPa),
- A — uzilish maydoni (m^2),
- D — siljish miqdori (m).

Kuchlanish (σ) Shear Modulus (μ) va deformatsiya (ϵ) orqali topiladi:

$$\sigma = \mu \cdot \epsilon.$$

Toshkent uchun $\mu = 30\,GPa$ bo‘lsa, deformatsiya $\epsilon = 0.001$ (0.1%) deb olinsa:
$\sigma = 30 \times 10^9 \cdot 0.001 = 30\,MPa.$

3. Toshkent Hududi Misolida Magnituda Hisobi

Faraz qilaylik, Toshkent atrofidagi seysmik zonada:

- **Uzilish maydoni**: $A = 10\,km \times 10\,km = 10^8\,m^2$
- **Siljish miqdori**: $D = 1\,m$
- **Kuchlanish**: $\sigma = 30\,MPa$

Energiya: $E = \frac{1}{2} \cdot 30 \times 10^6 \cdot 10^8 \cdot 1 = 1.5 \times 10^{15}\,J.$

Magnituda: $\boldsymbol{M} = \frac{2}{3} lg\,(\frac{1.5 \times 10^{15}}{10^{4.8}}) = \frac{2}{3} lg\,(1.5 \times 10^{10,2}) \approx 6.8$ (Richter shkalasi).

4. Seysmik Parametrlarning Bashoratdagi Roli

1. **Kuchlanishni Baholash**: μ va K orqali aniqlangan kuchlanish zilzila paytida chiqariladigan energiyani hisoblash imkonini beradi.
2. **Yer Qatlamlarining Mustahkamligi**: Yuqori μ va K qiymatlari yer qobig‘ida katta energiya to‘planishini ko‘rsatadi, bu esa katta magnitudali zilzilarga olib kelishi mumkin.
3. **Tarixiy Ma’lumotlar**: Toshkentda 1966-yilda sodir bo‘lgan zilzila $M = 5.2$ bo‘lgan. Yuqoridagi hisob ($M \approx 6.8$) esa potentsial xavfni ko‘rsatadi.

5. Cheklovlar

- Hisob-kitoblar **taxminiy** va ideal shartlarga asoslangan. Haqiqiy zilzilarda uzilish maydoni, siljish miqdori va boshqa omillar farq qilishi mumkin.
- Magnitudani aniqroq bashorat qilish uchun **seysmik monitoring tizimlari** va **yer osti strukturalarini 3D modellashtirish** zarur.

Xulosa

Toshkent hududida hisoblangan seysmik parametrlar ($K = 50\,GPa, \mu = 30\,GPa$) shuni ko‘rsatadiki, bu yerda yer qobig‘i yuqori qattiqlikka ega va katta energiya to‘plash qobiliyatiga ega. Bu esa $M \approx 6.0 – 7.0$ oralig‘idagi magnitudali zilzilarning sodir bo‘lish ehtimolini ko‘rsatadi. Biroq, aniq magnitudani bashorat qilish uchun geologik tuzilmalarni chuqur o‘rganish va real vaqtda monitoring qilish muhimdir.

Furye Qatorlari Yordamida Seysmik Signalni Tahlil Qilish Modeli

Toshkent hududida seysmik signalni tahlil qilish uchun Furye qatorlaridan foydalanish mumkin. Quyidagi modelda seysmik signalni Furye qatorlari orqali ifodalash va tahlil qilish jarayoni ko‘rsatilgan. Modelda Toshkent hududi uchun berilgan parametrlar asosida seysmik signalni tahlil qilamiz.

1. Masala Sharti

Toshkent hududida qayd qilingan seysmik signal $f(t)$ quyidagicha ifodalangan:

$$f(t) = Asin\,(2\pi f_1 t) + Bcos\,(2\pi f_2 t),$$

bu yerda:

- $A = 2$ — birinchi komponent amplitudasi,
- $B = 1.5$ — ikkinchi komponent amplitudasi,
- $f_1 = 5\,Hz$— birinchi komponent chastotasi,
- $f_2 = 10\,Hz$— ikkinchi komponent chastotasi.

Seysmik signal T=0.2soniya davrga ega.

Vazifa: Seysmik signalni Furye qatorlari orqali ifodalang va uning chastota tarkibini tahlil qiling.

2. Furye Qatorlarini Hisoblash

Furye qatorlari orqali seysmik signalni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n\,cos\,(\frac{2\pi nt}{T}) + b_n sin\,(\frac{2\pi nt}{T})$$

a) a_0 ni Hisoblash

$\boldsymbol{a_0}$ — signalning o‘rtacha qiymati:

$$\boldsymbol{a_0} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$$

Berilgan signal $f(t)$ sinus va kosinus funksiyalaridan iborat bo‘lgani uchun ularning bir davrdagi integrallari nolga teng. Shuning uchun:

$$\boldsymbol{a_0} = 0.$$

b) a_n ni Hisoblash

$\boldsymbol{a_n}$ koeffitsientlari quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)dt.$$

Berilgan signal $f(t)$ ni qo‘yamiz:

$$a_n = \frac{2}{0{,}2}\int_0^{0,2} (2\sin(10\pi t) + 1{,}5\cos(20\pi t))\cos\left(\frac{2\pi nt}{0{,}2}\right)dt.$$

Bu integralni hisoblash uchun har bir komponentni alohida ko‘rib chiqamiz.

1. **Birinchi komponent**:

$$a_n^{(1)} = \frac{2}{0,2}\int_0^{0,2} 2sin\,(10\pi t)cos\,(10\pi nt)\;dt.$$

Bu integral $n \neq 1$ bo‘lganda nolga teng, chunki sinus va kosinus funksiyalari ortoqonal.

2. **Ikkinchi komponent**:

$$a_n^{(2)} = \frac{2}{0.2}\int_0^{0,2} 1.5cos\,(20\pi t)cos\,(10\pi nt)\,dt$$

Bu integral $n \neq 2$ bo‘lganda nolga teng.

Natijada, a_n faqat $n = 1$ va $n = 2$ bo‘lganda nolga teng emas:

$a_1 = 0, \quad a_2 = 1.5.$

c) b_n ni Hisoblash

b_n koeffitsientlari quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^{T} f(t)\sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)dt.$$

Berilgan signal $f(t)$ ni qo‘yamiz:

$$b_n = \frac{2}{0,2}\int_0^{0,2} (2sin\,(10\pi t) + 1.5cos\,(20\pi t))sin\,(\frac{2\pi nt}{0.2})\,dt.$$

Bu integralni hisoblash uchun har bir komponentni alohida ko‘rib chiqamiz.

1. **Birinchi komponent**:

$$b_n^{(1)} = \frac{2}{0.2}\int_0^{0,2} 2sin\,(10\pi t)sin\,(10\pi nt)\,dt.$$

Bu integral $n = 1$ bo‘lganda: $b_1 = 2.$

2. **Ikkinchi komponent**:

$$b_n^{(2)} = \frac{2}{0.2}\int 1.5cos\,(20\pi t)sin\,(10\pi nt)\,dt.$$

Bu integral $n \neq 2$ bo‘lganda nolga teng.

Natijada, b_n faqat $n = 1$ bo‘lganda nolga teng emas:

$$b_1 = 2, \quad b_2 = 0.$$

3. Furye Qatorining Yakuniy Ko‘rinishi

Yuqoridagi hisoblar natijasida Furye qatori quyidagicha ifodalanadi:

$f(t) = 2sin\,(10\pi t) + 1.5cos\,(20\pi t)$.

Bu asl signal bilan mos keladi, chunki Furye qatori signalni aniq ifodalaydi

4. Modelning Amaliy Qo‘llanilishi

1. **Seysmik signalni filtrlash**: Ma’lum chastotali komponentlarni ajratib, ularni filtrlash orqali signalni tozalash.
2. **Zilzila xavfini baholash**: Seysmik signalning chastota tarkibini o‘rganish orqali zilzila xavfini aniqlash.
3. **Yer qatlamlari tuzilishini o‘rganish**: Turli chastotali to‘lqinlarning tarqalish tezligini o‘rganish orqali yer qatlamlari tuzilishini aniqlash.

Signalni Furye Qatori Yordamida Tahlil Qilish va Zilzila Magnitudasini Baholash

Seysmik signalni Furye qatori yordamida tahlil qilish zilzila magnitudasini (balini) aniqlashda quyidagi jihatlarda asosiy rol o‘ynaydi:

1. Energiyani Hisoblash va Magnituda Bog‘liqligi

Furye qatori koeffitsientlari (a_n, b_n) orqali signalning umumiy energiyasi hisoblanadi (**Parseval teoremasi**):

$$E_{matematik} = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n{}^2 + b_n{}^2).$$

Matematik energiyani fizik energiyaga aylantirish formulasi:

$$E_{fizik} = \frac{1}{2}\rho A v_P T E_{matematik}$$

Berilgan ma’lumotlardan foydalanib magnitude ballini hisoblash $\rho = 2700\,kg/m^3$, $A = 10^8\,m^2$ $v_P = 5773\,\frac{m}{s}$ $T = 0.2\,s$:

$$E_{matematik} = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n{}^2 + b_n{}^2) = b_1{}^2 + a_2{}^2 = 2^2 + 1{,}5^2 = E_{matematik} = 6.25$$

$$E_{fizik} = 6.25 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2700 \cdot 10^8 \cdot 5773 \cdot 0{,}2 = 6.25 \cdot 1.56 \times 10^{15} \approx 9.75 \times 10^{15}\ \text{J}.$$

Zilzila magnitudasi (M) chiqarilgan energiya (E) bilan quyidagi bog‘liqlikka ega:

$$M = \frac{2}{3} lg\,(E_{fizik}) - 2{,}9$$

Richter formulasi bo‘yicha:

$$M = \frac{2}{3}\lg(9.75 \times 10^{15}) - 2.9 \approx 6.9\,(ball).$$

Bu Toshkent hududida kuchli zilzilaga mos keladi.

2. Dominant Chastotalar va Magnituda

Zilzila magnitudasi bilan seysmik signalning **dominant chastotasi** o‘rtasida empirik bog‘liqlik mavjud:

- **Kichik magnitudali zilzilalar** ($M < 4.0$): $f > 10\,Hz$

- **O‘rta magnitudali zilzilalar** $(4.0 < M < 6.0)$: $1-10\,Hz$,
- **Katta magnitudali zilzilalar** $(M > 6.0)$: $f < 1\,Hz$

3. Cheklovlar va Aniqlik

- Furye tahlili faqat **taxminiy** magnitudani ko‘rsatadi. Aniqroq baholash uchun seysmik moment, uzilish maydoni va boshqa parametrlar kerak.
- Magnituda hisoblashda **empirik formulalar** va **tarixiy ma’lumotlar** asosiy hisoblanadi.

Xulosa

Furye qatorlari yordamida seysmik signalni tahlil qilish orqali uning chastota tarkibi va xususiyatlarini aniqlash mumkin. Toshkent hududi uchun berilgan parametrlar asosida seysmik signalni Furye qatorlari orqali ifodalash va uning chastota tarkibini tahlil qilish modeli ko‘rsatildi. Bu model seysmik tahlil, zilzila xavfini baholash va yer qatlamlari tuzilishini o‘rganishda muhim rol o‘ynaydi.Toshkent hududi seysmik jihatdan faol mintaqada joylashganligi sababli, seysmik tahlil bu hududda zilzila xavfini baholash, qurilish standartlarini ishlab chiqish va zilzila oldini olish tizimlarini yaratish uchun muhim ahamiyatga ega. Seysmik to‘lqinlarning tarqalish tezligini hisoblash va Furye transformatsiyasi yordamida ma’lumotlarni tahlil qilish ushbu jarayonlarni amalga oshirishda asosiy vosita hisoblanadi.

Adabiyotlar

1. Oppenheim, A. V., & Schafer, R. W. (1999). *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice Hall.
2. Shearer, P. M. (2009). *Introduction to Seismology*. Cambridge University Press.
3. Shearer, P. M. (2009). *Introduction to Seismology*. Cambridge University Press.
4. Aki, K., & Richards, P. G. (2002). *Quantitative Seismology*. University Science Books.
5. Toshkent va uning atrofidagi seysmik faollik haqida ma’lumotlar. O‘zbekiston Seysmologiya Instituti.
6. Kanamori, H. (1977). *The Energy Release in Great Earthquakes*. Journal of Geophysical Research.
7. Stein, S., & Wysession, M. (2003). *An Introduction to Seismology, Earthquakes, and Earth Structure*.